

Exemples de constructions géométriques de fractales par itération

Quelques propriétés des fractales obtenues

Chaque groupe travaillera sur une construction et présentera à l'ensemble de la classe les résultats de ses travaux lors de la prochaine séance.

Pour la présentation, vous pourrez vous appuyer sur des travaux réalisés sur le tableur d'OpenOffice, sous GeoGebra ou sous Algobox, vous pourrez prévoir un diaporama, des illustrations sur papier, etc.

Groupe 1

La construction

Étant donné un triangle ABC, on désigne par « triangle des milieux » le triangle ayant pour sommet les milieux des côtés du triangle ABC.

Quelle fractale obtient-on en suivant l'algorithme suivant ?

A l'étape 0, on commence par construire un triangle équilatéral ABC.

A l'étape 1, on construit et on colorie le triangle des milieux du triangle ABC.

A l'étape 2, on construit et on colorie les triangles des milieux de chacun des trois triangles non coloriés.

Puis on recommence ainsi de suite en coloriant, à chaque étape, les triangles des milieux des triangles non coloriés.

Une question

On affirme que plus de 99% de la surface du triangle initial est colorié à la fin de l'étape 17 de l'algorithme avec plus de 60 millions de triangles coloriés. Qu'en pensez-vous ?

Groupe 2

La construction

Ecrire un algorithme de construction du flocon de Von Koch.

Une question

On suppose que le triangle de départ a des côtés de longueur 10 cm. Le périmètre du flocon peut-il dépasser un kilomètre ? Si oui, après combien d'étapes ?

Quelles propriétés remarquables peut-on observer concernant l'aire et le périmètre du flocon lorsque le nombre d'itérations devient grand ?

Groupe 3

La construction

a) Prendre une feuille de papier et la plier en deux puis, toujours dans le même sens, la plier encore en deux et ainsi de suite. Déplier ensuite, en ouvrant de 90° à chaque pliage. Observer la courbe que forme la tranche de la feuille.

b) Recommencer l'opération en dessinant la courbe que forme la tranche de la feuille à chaque étape du pliage. Il faudra veiller à faire un nouveau dessin pour chaque étape et à toujours regarder la tranche du même côté.

c) Ecrire un algorithme de construction de la figure

Une question

On s'interroge sur le « format » de la courbe de façon à construire la figure obtenue avec le plus grand nombre d'itérations possibles sur une feuille A4 à petits carreaux, l'unité d'un trait étant un carreau (à savoir 0,5 cm).

Nombre d'étapes	Dimension dans un sens	Dimension dans l'autre sens
1	1	1
2	1	2
3		
4		
⋮		

Combien d'étapes peut-on ainsi construire ? Quelle est alors la longueur de la courbe que l'on peut construire ?

Les coups de pouce

Groupe 1

Une question

	A	B	C	D	E	F	G
1	Etapas	Longueur du côté du dernier triangle construit	Nombre de nouveaux triangles	Nombre total de triangles coloriés	Aire de chaque nouveau triangle colorié	Aire totale coloriée	Proportion coloriée
2	0	1	0	0	0	0	0
3	1	0,5	1	1	0,108253175	0,108253175	0,25
4	2	0,25	3	4	0,027063294	0,189443057	0,4375

Groupe 2

	A	B	C	D	E
1	Etapas	Nombre de segments	Longueur du côté du dernier triangle construit	Périmètre du flocon	Aire du flocon
2	0	3	10	30	43,30127019
3	1	12	3,333333333	40	57,73502692
4	2	48	1,111111111	53,33333333	64,15002991
5	3	192	0,37037037	71,11111111	67,00114235

Groupe 3

La construction

Etape 0



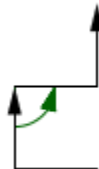
Etape 1

(après 1 pliage)



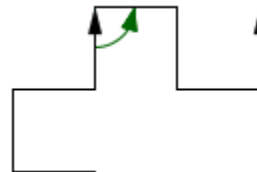
Etape 2

(après 2 pliages)



Etape 3

(après 3 pliages)



Une question

Nombre d'étapes	Dimension dans un sens	Dimension dans l'autre sens
1	1	1
2	1	2
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		

Dans chaque colonne, d'une case pointillée à l'autre on multiplie le chiffre précédent par 2 et on ajoute 1.		
D'une case encadrée en gras à la suivante dans l'autre colonne, on multiplie le chiffre précédent par 2 et on ajoute 1.		
D'une case grisée à la suivante dans l'autre colonne, on multiplie une fois par 2, puis la fois d'après, on multiplie par 2 et on ajoute 2.		