

PRODUIT SCALAIRE

FICHE PROFESSEUR

- **Niveau et Durée :**

Spécialité Maths en classe de première - une séquence (8 heures).

- **Présentation et objectifs :**

Séquence complète pour introduire le produit scalaire.

Dans cette séquence, plusieurs dispositifs pédagogiques ont été testés : Méthode JIGSAW, plan de travail, différenciation, raisonnement commenté.

De plus, l'espace pédagogique de l'établissement a été utilisé comme espace de dépôt des fichiers, comme support pour des TESTS et espace de dépôt d'enregistrements vocaux.

L'intégralité de cette séquence peut se faire sans utiliser l'espace pédagogique avec seulement les fiches papiers.

- **Dans les programmes du niveau visé :**

Connaissances

- Produit scalaire à partir de la projection orthogonale et de la formule avec le cosinus.

Caractérisation de l'orthogonalité.

- Bilinearité, symétrie. En base orthonormée, expression du produit scalaire et de la norme, critère d'orthogonalité.

- Développement de $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$. Expressions du produit scalaire à l'aide de normes :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} [\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2] \quad \text{et} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} [\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2]$$

Capacités associées

- Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans le plan ou dans l'espace.

- En vue de la résolution d'un problème, calculer le produit scalaire de deux vecteurs en choisissant une méthode adaptée (en utilisant la projection orthogonale, à l'aide des coordonnées, à l'aide des normes et d'un angle, à l'aide de normes).

Remarque :

Cette séquence est à compléter par une deuxième séquence en décalée qui permettra de travailler les autres connaissances et capacités associées sur le calcul vectoriel et produit scalaire mentionnées dans les programmes.

PRODUIT SCALAIRE

● **Les consignes et le déroulement :**

	Activité	Modalités	Durée	
Phase 0	Jigsaw, Introduction	Classe entière <i>Fichier : Produit-scalaire-Phases0-1-2-Jigsaw (page 1)</i>	15 minutes	2h consécutives
Phase 1	Jigsaw, Travail des experts	Groupes de 4 ou 5 élèves. Chaque groupe a une tâche à accomplir (A, B, C ou D). Des « coups de pouce » peuvent être donnés par l'enseignant. <i>Fichier : Produit-scalaire-Phases0-1-2-Jigsaw (pages 2-3-4-5)</i>	35-40 minutes	
Phase 2	Jigsaw, Tâche commune	Groupes de 4 ou 5 élèves, reformés à partir des groupes précédents de façon à ce que chaque nouveau groupe soit formé d'au moins un expert A, un expert B, un expert C, un expert D. <i>Fichier : Produit-scalaire-Phases0-1-2-Jigsaw (page 6)</i>	45 minutes	
Phase 3	Cours	Trace écrite : Synthèse dans le cours du travail effectué en Jigsaw. <i>Fichier : Produit-scalaire-Phase3-Cours</i>	30 minutes	
Phase 4	Démonstration	La démonstration a été scindée en cinq parties . Chaque groupe d'élèves est en charge d'une partie à démontrer et à exposer ensuite oralement à la classe. <i>Fichier : Produit-scalaire-Phase4-Démonstration</i>	1h	
Phase 5	Plan de travail Partie 1	Exercices 1 à 8 à traiter dans un ordre indifférent par les élèves. L'exercice 7 est à corriger par l'enseignant au début de la deuxième séance pour notamment montrer une application du produit scalaire. <i>Fichier : Produit-scalaire-Phase5 (pages 1 et 2)</i>	2h	
	TEST d'auto-évaluation	Les élèves réalisent à la maison le TEST déposé sur l'espace pédagogique de l'établissement. Des exercices de remédiation sont associés qui peuvent être travaillés en classe avec l'aide de l'enseignant.	1 heure en classe pour certains élèves pour la partie remédiation	TEST à la maison

PRODUIT SCALAIRE

		<p><i>Fichier support du TEST :</i> Produit-scalaire-TESTS (pages 1 à 6) <i>Fichier remédiation: Produit-scalaire-Phase5 (page 3)</i></p>		
	Plan de travail Partie 2	<p>Exercices 9 à 19 à traiter. Les exercices non étoilés sont exigibles pour tous les élèves. L'exercice 13 est à corriger par l'enseignant au début de la deuxième séance pour une nouvelle fois montrer l'utilité du produit scalaire.</p> <p><i>Fichier : Produit-scalaire-Phase5 (pages 4 et 5)</i></p>	2h pour les élèves en réussite sur le TEST et 1h sinon	Travail à la maison nécessaire
	Complément : Raisonnement commenté	<p>Deux exercices sont proposés sur l'espace pédagogique et les élèves doivent déposer sur cet espace une image de la résolution de l'exercice choisi accompagné d'un enregistrement vocal réalisé avec leur smartphone.</p> <p><i>Fichier :</i> Produit-scalaire-Raisonnement-commenté</p>		À la maison
	Complément : Un deuxième TEST complémentaire	<p>Un deuxième TEST a été proposé sur l'espace pédagogique composé notamment d'un exercice guidé et d'un autre exercice non guidé sur l'application du produit scalaire.</p> <p><i>Fichier support du TEST complémentaire :</i> Produit-scalaire-TESTS (pages 6 à 8)</p>		À la maison.
	Complément : Devoir maison	<p>Un devoir maison peut être proposé en remplacement ou en complément du raisonnement commenté.</p> <p><i>Fichier : Produit-scalaire-DM.pdf</i></p>		À la maison.

● Analyse à posteriori du dispositif :

La phase 0 permet d'introduire le produit scalaire en lien avec le travail d'une force rencontrée en sciences physiques. Il n'y a pas eu d'obstacle pour cette phase d'introduction.

Les élèves sont regroupés par îlots de 4, 5 élèves. On attribue une lettre A, B, C ou D à chaque élève de chaque groupe. Ensuite, les élèves changent de place et sont regroupés suivant la lettre attribuée (élèves A ensemble, ...) et l'enseignant donne à chaque groupe la fiche associée.

Il est judicieux de proposer en amont (quelques séances auparavant) des automatismes de calculs de distance dans un repère orthonormé et de projetés orthogonaux car les élèves des groupes A, B et C vont en avoir besoin et l'enseignant est souvent sollicité pour ces difficultés rencontrées par les élèves.

La phase 2 est une phase primordiale qui invite les élèves à échanger entre eux les définitions rencontrées qui seront immédiatement utilisées pour effectuer les premiers calculs de produits scalaires. Il est important de laisser le temps nécessaire à tous les élèves pour effectuer les premiers calculs demandés et notamment le calcul de l'angle de la fin de la fiche.

On conseille de vidéo-projecter le tableau de la page 6 et de demander aux élèves au fur et à mesure de venir inscrire leurs calculs. Ainsi, l'enseignant continue d'aider les élèves en difficulté et cependant une

PRODUIT SCALAIRE

correction des calculs a été proposée par les élèves eux-mêmes à l'ensemble de la classe au fur et à mesure.

La phase 4 (démonstration) peut être positionnée plus tardivement quand on le juge opportun, après les premiers exercices de la phase 5 par exemple.

Le fichier plan-de-travail.pdf peut-être photocopié en même temps que les exercices de cette phase 5 pour en faire un livret éventuellement. Ainsi, à chaque séance, ce document est bien présent sur la table et peut être complété au fur et à mesure.

Pour cette phase, les élèves travaillent à leur rythme. Une correction des exercices est proposée dans le fichier Produit-scalaire-Phase5-Correction.pdf que l'enseignant peut photocopier en 1 ou 2 exemplaires et placer sur son bureau à la disposition des élèves pour qu'ils puissent vérifier leurs résultats sans avoir besoin de solliciter constamment l'enseignant. Ainsi l'enseignant consacre surtout son temps avec les élèves en difficulté pour leur expliquer les méthodes.

Pour la partie 2 du plan de travail, il est important d'inviter les élèves en réussite à aller le plus loin possible dans les exercices. Les élèves en difficulté avec l'aide de l'enseignant peuvent se contenter de ne faire que 1 ou 2 exercices bien ciblés du début de cette partie 2.

IMPORTANT : le complément Raisonement commenté est vraiment intéressant à proposer aux élèves car cet exercice développe la compétence « Communiquer » et peut même être évalué par l'enseignant.

Sitographie :

- [Groupe Jigsaw de l'IREM de Rennes](#) (2015-2018) pour comprendre comment mettre en œuvre un **Jigsaw**, voir d'autres exemples de situations et lire des analyses d'expérimentation.
- [La place de l'oral en mathématiques](#) : pistes de réflexions sur les contextes, dispositifs et modalités d'évaluations. Comment développer et évaluer l'oral en mathématiques ?