Produit scalaire

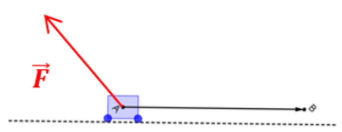
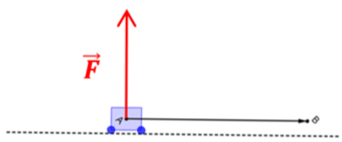
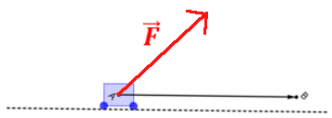
On cherche à déplacer un chariot d'un point *A* vers un point *B*.

En physique, une **force** appliquée en un point d'un solide est représenté par un vecteur $\vec{F}$.
L'**intensité de la force**, notée *F*, est la longueur du vecteur $\vec{F}$. Elle s'exprime en *newtons* (N).
Lorsqu'on exerce une force $\vec{F}$ sur un solide, la force agit sur le solide.

Une force $\vec{F}$ étant appliquée en son centre de gravité *A*, le **travail** de cette force est l'**énergie** fournie par cette force lorsque son point d'application se déplace. Cette énergie s'exprime en *joules* (J).
Les physiciens calculent le travail de cette force en utilisant la notion mathématique du « **produit scalaire** » de deux vecteurs.
Le travail de la force $\vec{F}$ lors du déplacement du chariot de *A* vers *B* est le produit scalaire des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{F}$ et se note $\overrightarrow{AB}.\vec{F}$ (se lit « $\overrightarrow{AB}$ scalaire $\vec{F}$ »).

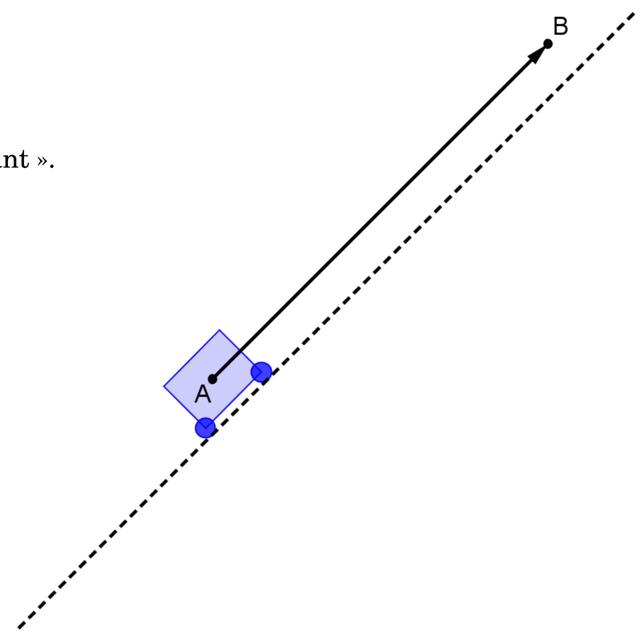
Situation 1 : Terrain plat

➲ Dans chacun des cas ci-dessous, dire si :
- la force $\vec{F}$ « favorise » le mouvement, est « sans effet » sur le mouvement ou « s'oppose » au mouvement ;
- on peut qualifier le travail de la force de « moteur », « résistant » ou « nul ».

			
Effet de la force $\vec{F}$ sur le mouvement			
Le travail W de la force $\vec{F}$ est dit…			

Situation 2 : Sur un plan incliné

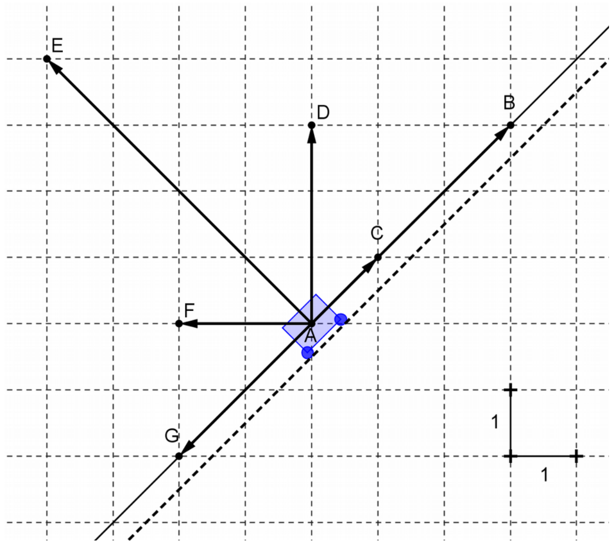
➲ Tracer trois vecteurs $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ sachant que :
- Pour $\vec{F}_1$, le travail cette force est qualifié de « moteur ».
- Pour $\vec{F}_2$, le travail de cette force est qualifié de « résistant ».
- Pour $\vec{F}_3$, le travail de cette force est qualifié de « nul ».



Groupe A

Définition 1 :
Soit A, B et C trois points deux à deux distincts, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})$

1) En utilisant la définition 1 du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$.

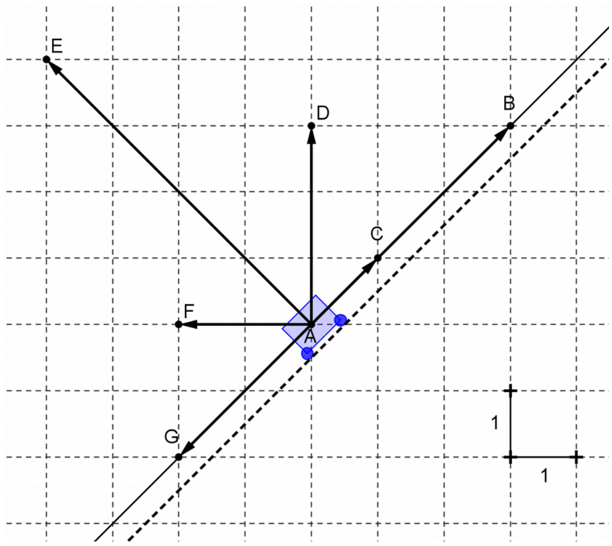


2) Déterminer le travail exercé par la force représentée par le vecteur $\overrightarrow{AC}$ lors du déplacement du chariot de A vers B. Interpréter ce résultat.

Groupe B

Définition 2 :
Soit A, B et C trois points et H, le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
- Si $\vec{AB}$ et $\vec{AH}$ sont de même sens : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=AB\times AH$
- Si $\vec{AB}$ et $\vec{AH}$ sont de sens opposés : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=-AB\times AH$

1) En utilisant la définition 2 du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$.



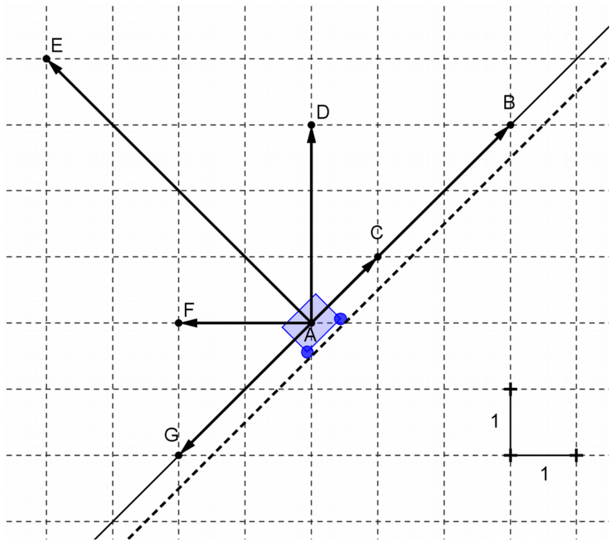
2) Déterminer le travail exercé par la force représentée par le vecteur $\overrightarrow{AD}$ lors du déplacement du chariot de A vers B. Interpréter ce résultat.

Groupe C

Définition 3 :

Soit A, B et C trois points : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)$

1) En utilisant la définition 3 du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$.

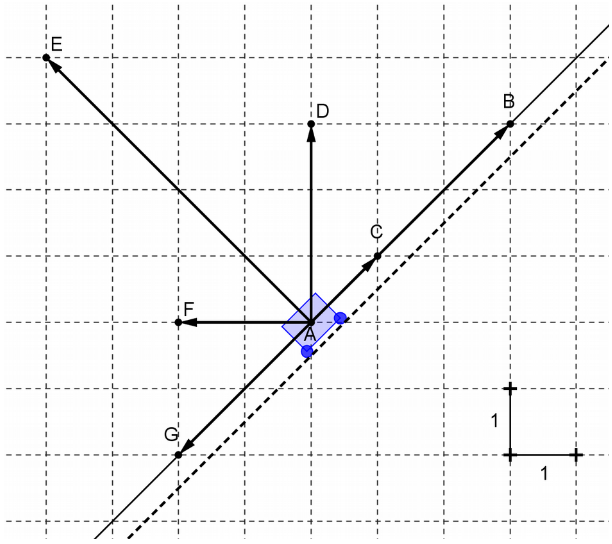


2) Déterminer le travail exercé par la force représentée par le vecteur $\overrightarrow{AE}$ lors du déplacement du chariot de A vers B. Interpréter ce résultat.

Groupe D

Définition 4 :
Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ alors : $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$

1) En utilisant la définition 4 du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$.



2) Déterminer le travail exercé par la force représentée par le vecteur $\overrightarrow{AF}$ lors du déplacement du chariot de A vers B. Interpréter ce résultat.

Première | **Produit scalaire** | **Phase 2**

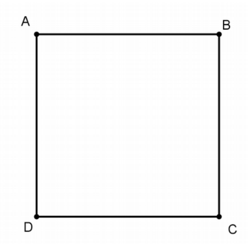
1) Comparer les résultats des produits scalaires calculés et ECHANGER sur les différentes définitions du produit scalaire rencontrées dans les groupes.

	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$
Résultats communs aux groupes					

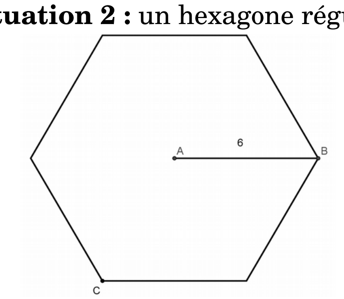
Vecteur force	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{AE}$	$\overrightarrow{AF}$	$\overrightarrow{AG}$
Travail de la force dans le déplacement du chariot de A vers B					
Caractérisation du travail de cette force (moteur/résistant/nul)					

2) Voici cinq situations. Pour chacune d'entre elles, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ par la méthode de votre choix.

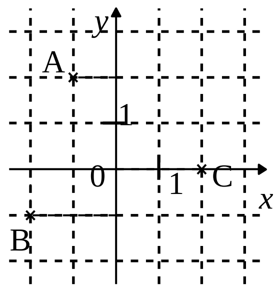
Situation 1 : un carré de côté 4



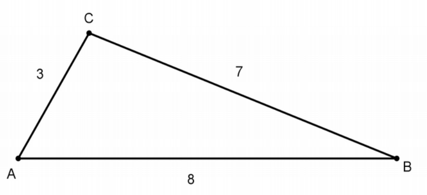
Situation 2 : un hexagone régulier de centre A



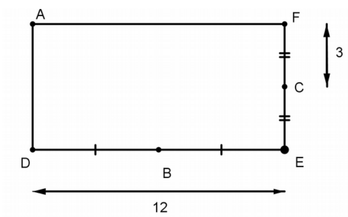
Situation 3 : un repère



Situation 4 : un triangle



Situation 5 : un rectangle



	Définition 1	**Définition 2**	**Définition 3**	**Définition 4**
Situation 1				
Situation 2				
Situation 3				
Situation 4				
Situation 5				

3) Dans le rectangle de la situation 5, calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.